

# PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DO 1º DESAFIO

## Cruzes na tabela da multiplicação<sup>1</sup>

Repara nas cruzes em destaque na tabela da multiplicação.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

1. Desenha mais cruzes na tabela.
2. Determina a soma dos cinco números que compõem cada cruz.
3. Compara o número do centro com a respetiva soma.
4. Regista tudo numa tabela.
5. Consegues descobrir a regularidade? Qual é?
6. Se ainda não descobriste, tenta com mais casos!
7. Escreve a tua conclusão e coloca a tua resposta na caixa que se encontra no Laboratório de Matemática.

## PROPOSTA DE RESOLUÇÃO

Por exemplo:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Pode-se construir uma tabela com os casos considerados:

Número central	Soma dos cinco números
8	$6 + 4 + 8 + 12 + 10 = 40$
10	$5 + 8 + 10 + 12 + 15 = 50$
14	$12 + 7 + 14 + 21 + 16 = 70$
35	$30 + 28 + 35 + 42 + 40 = 175$

Pode-se observar que:

$$8 \times 5 = 40$$

$$10 \times 5 = 50$$

$$14 \times 5 = 70$$

$$35 \times 5 = 175$$

Isto é, a soma é o quántuplo do número central de cada cruz

<sup>1</sup>Tarefa adaptada de: Vale, I & Pimentel, T. (Coord.) (2011). *Padrões em Matemática. Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico*. Lisboa: Texto Editores.

Será sempre assim?

Experimentemos com mais cruzes:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Número central	Soma dos cinco números
30	$25 + 24 + 30 + 36 + 35 = 150 = 5 \times 30$
56	$49 + 48 + 56 + 64 + 63 = 280 = 5 \times 56$
Continua a verificar-se a mesma relação entre a soma e o número central	

Para ir mais além...

Pode-se ir mais longe e estabelecer a conjectura: todos os números de uma cruz têm como soma o quádruplo do número central.

Será sempre válida esta conjectura? Prova-se que sim!

Repara:

Em qualquer cruz, os três números na horizontal pertencem à mesma linha da tabuada e, por isso, serão sempre da forma  $ka$ ,  $k(a+1)$  e  $k(a+2)$ . Os outros dois números em falta pertencem à coluna do número  $k(a+1)$ , mas estão em duas linhas distintas: uma acima e outra abaixo. Assim, podem representar-se por  $(k-1)(a+1)$  e  $(k+1)(a+1)$ .

Adicionando os cinco números da cruz, temos:  $(k-1)(a+1) + ka + k(a+1) + k(a+2) + (k+1)(a+1) =$

$$= ka + k - a - 1 + ka + ka + k + ka + 2k + ka + k + a + 1 =$$

$$= 5ka + 5k =$$

$$= 5k(a+1), \text{ o que prova que, para qualquer cruz, a soma de todos os}$$

números é igual ao quádruplo do número central.

25 de fevereiro de 2014